

ЭВОЛЮЦИЯ ОДНОПРОЛЕТНЫХ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ: ОТ КАМЕННОЙ БАЛКИ ДО ВАНТОВОЙ ФЕРМЫ

В основе простейшей пролетной конструкции лежит простая континуальная балка прямоугольного сечения. Мы покажем, что из нее как первоосновы в ходе технической эволюции родились все простые однопролетные и самые совершенные и легкие конструкции.

ГЛАВНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Свойство гравитационного поля земли выражается в том, что любая нагрузка, приложенная к конструкции, стремится по кратчайшей траектории перераспределиться на фундамент. По этому принципу распределенная нагрузка, приложенная к верхнему поясу балки, трансформируясь во внутренние напряжения в теле балки, стремится быть переданной на опоры (рис. 1). Внутри балки таким образом устанавливается полное упругое равновесие траекторий главных сжимающих и главных растягивающих напряжений. При этом сжимающие напряжения имеют арочную траекторию, а растягивающие — траекторию висячей растянутой нити. Указанные траектории являются местами наибольшей их концентрации, вокруг которых образуются т. н. балластные зоны.

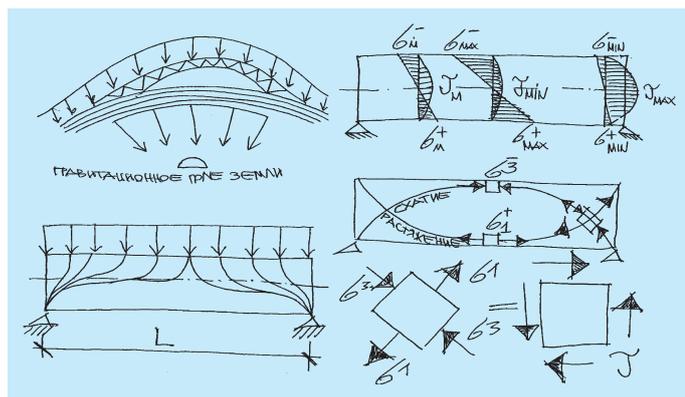


Рис. 1. Схема распределения напряжений в однопролетной балке

БАЛЛАСТНЫЕ ЗОНЫ

При разложении главных напряжений на нормальные и касательные, согласно теории сопротивления материалов, оказывается, что в центре пролета балки прямоугольного сечения траектории напряжений выравниваются и стремятся к горизонтальным, нормальные напряжения в крайних волокнах максимальны, в центре малы, а касательные напряжения также невелики. В четверти пролета картина обратная: траектория главных напряжений становится все более вертикальной, при этом касательные напряжения максимальны в зоне нейтральной оси, а нормальные напряжения убывают к опоре до нуля, т. к. горизонтальная проекция главных напряжений уменьшается. Графически это выявляет образование недогруженных балластных зон, где материал не работает и, теоретически, может быть удален (рис. 2.). Однако лишь в теории, т. к. на практике стенка балки не только обеспечивает ее сплошность по высоте и общую устойчивость, но и воспринимает касательные напряжения и поперечную силу. Поэтому на практике можно говорить об облегчении стенки и поясов в местах низких напряжений.

ОПТИМИЗАЦИЯ БАЛКИ

Такая картина приводит к соображениям, что массивная балка постоянного прямоугольного сечения не рациональна. Идеальной формой балки является двутавр постоянного или переменного сечения, причем полка расширяется к центру пролета, а стенка, на-

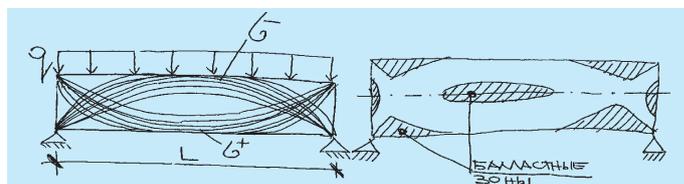


Рис. 2. Схема образования балластных зон в балке

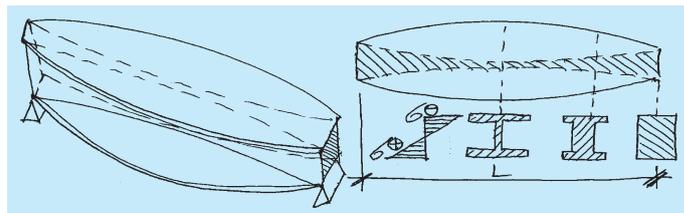


Рис. 3. Идеальная двутавровая балка

оборот, утолщается к опорам (рис. 3). Такая балка крайне сложна в изготовлении, поэтому ее оптимизация возможна за счет вариации ее конструкции на основе двутавра.

Методом оптимизации, согласно эпюрам усилий, является изменение поперечного сечения поясов и стенки, что возможно несколькими методами (рис. 4):

- применение расширяющихся к центру поясов и утолщающихся стенок к опорам,
- применение утолщающихся к центру поясов и перфорированных стенок,
- применение накладок на пояса и прогрессирующей перфорации к центру.

Следует заметить, что применение стыкуемых по длине поясов нежелательно из-за хрупкости сварных швов, поэтому применяют накладки в центре пролета, подобно авторессорам (рис. 5).

ВЛИЯНИЕ РАБОТЫ СТЕНКИ БАЛКИ НА РАБОТУ ПОЯСОВ

Примером важности работы стенки балки на поперечную силу является работа балки из многих досок, которые не связаны между собой. Жесткость такой составной балки мала, т. к. складывается из суммы отдельных жесткостей отдельных досок, а при поперечной нагрузке они взаимно смещаются и дают большой прогиб. Никаких напряжений между отдельными досками, кроме незначительных сил трения, не возникает. При наличии склеенных досок их жесткости суммируются, а конструкция работает целиком за счет касательных напряжений, которые возникают по поверхностям склеивания (рис. 6).

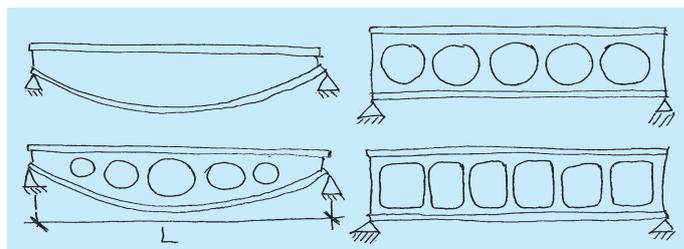


Рис. 4. Облегчение балок путем перфорации стенки

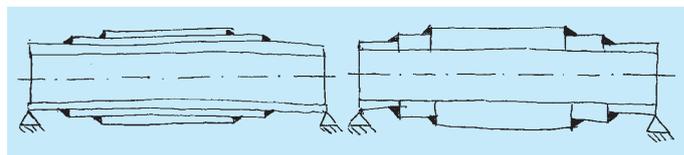


Рис. 5. Схемы двутавровых балок с переменной толщиной поясов

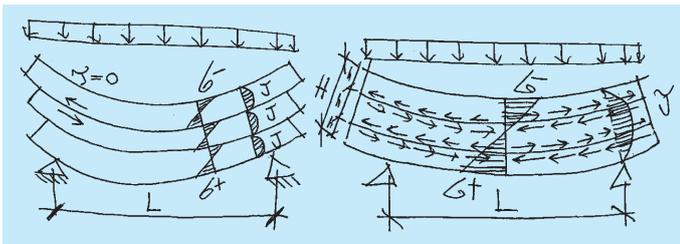


Рис. 6. Схема работы балки с раздельной и неразрывной стенками

Таким образом, за счет непрерывного восприятия по всей высоте сечения именно касательных напряжений момент воспринимается всей высотой сечений целиком, а не суммой сечений в отдельности (рис. 6). Момент воспринимается максимальным плечом пары сил, равным расстоянию между центрами тяжести полков или высоте прямоугольного сечения. Как известно, основной характеристикой прочности прямоугольного поперечного сечения на изгиб является момент сопротивления изгибу: $W_y = B H^2/6$, а основной характеристикой жесткости — момент инерции сечения: $I_y = B H^3/12$. Это показывает, что несущая способность по прочности на изгиб повышается пропорционально квадрату, а жесткость балки — пропорционально третьей степени высоты непрерывного сечения.

Понятие «непрерывное» здесь нужно понимать в том ключе, что только сечение, непрерывное и монолитное по всей высоте, т. е. имеющее достаточно жесткую стенку, дает возможность учитывать в расчетах на прочность и жесткость полную высоту H . При наличии разрыва по высоте, как показывает пример с несколькими досками, допускается учитывать W_y и I_y только каждого сечения в отдельности, а затем их арифметически суммировать, что дает на порядок меньшую прочность и жесткость сечения.

Этот пример доказывает, какова тесная взаимосвязь касательных и нормальных напряжений и то, что только балки с жесткой стенкой могут эффективно работать на изгиб и воспринимать момент и нормальные напряжения.

Расчет на сдвиг часто недооценивается инженерами, но только надежное восприятие касательных напряжений может гарантировать линейное восприятие нормальных напряжений всей высотой сечения, а не его частями по отдельности. Под линейным здесь понимается физическая линейность работы стали, то есть то, что деформации упруги и линейно связаны с усилиями через постоянные физические величины, такие, как модуль Юнга $E = 2,065 \cdot 10^5$ МПа для стали, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$ и модуль сдвига $G = E(1 - 2\nu)$.

ПЕРФОРИРОВАННАЯ СТЕНКА И УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЯСОВ

В балках с перфорированной стенкой, в том случае если перфорация достигает больших долей ее площади, может иметь место изгибная или изгибно-крутильная потеря устойчивости полки. Так, в верхнем поясе развивается сжатие, которое может привести к Эйлеровой потере устойчивости участка полки между точками опоры в виде участков стенки. Это еще один пример того, что только стенка гарантирует работу поясов строго на растяжение-сжатие и снимает влияние других напряженных состояний в поясах балки, таких, как изгиб и кручение.

НЕДОСТАТКИ МАССИВНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Это приводит к мысли, что использование сплошных континуальных сечений, таких, как массивные балки и колонны, не рациональны. Значительно эффективнее и более равномерно нагруженной будет система, в которой используется несколько отдельных пучков такого материала или несколько стержней эквивалентной площади. Это приведет к полному использованию материала и экономичности. Отдельные тонкие стальные или деревянные стержни не успевают накапливать эти деформации по сечению, а это значит, что их волокна загружены равномерно.

Как оценить, испытывает ли данный стержень эти стесненные деформации? Касательные напряжения, которые при одноосном сжатии/растяжении играют на этот раз отрицательную роль, возрастают

при относительно больших высотах сечений по отношению к их длине. В стержнях с $L/h = 5 \dots 10$ эти напряжения велики, так как велика поперечная жесткость, при $L/h = 14$ (железобетон) ... 80 – 120 (сталь) поперечная жесткость мала, гибкость велика и стесненные деформации ничтожно малы, так как стержень при таких пропорциях гибко. К таким деформациям склонны массивные железобетонные или деревянные элементы и почти лишены их канаты из гибких проволок, которые при растяжении стягиваются каждый в отдельности, а в пределах пучка каната — все вместе друг к другу, поэтому в канатах с точечным ТК и линейным касанием ЛК эффект Пуассона вызывает истирание у первого типа вдоль проволок, а у последних — поперек в месте контакта проволок, что воочию доказывает наличие поперечных деформаций.

Этот пример показывает, что в массивных конструкциях касательные напряжения, поперечная жесткость и излишнее поперечное сечение могут быть вредны для конструкции и усложнять напряженно-деформированное состояние ее элементов. Это также показывает, что дискретные конструкции позволяют избавиться от стесняющих деформаций и последующих дополнительных внутренних усилий и использовать материал в каждом конкретном элементе конструкции более полно и равномерно.

Дискретные стержневые системы состоят из множества отдельных стержней. Их положение и направление, сечение и прочность материала в пространстве можно назначать, исходя из полей действующих напряжений в каждой точке конструкции, что делает дискретный метод конструирования пространственных систем очень гибким и позволяет выполнить конструкцию предельно легкой, с минимальными затратами материала и с запасами прочности.

ФЕРМА ВЕРЕНДЕЛЯ

Путь облегчения стенки балки заключается в прогрессирующей ее перфорации ближе к центру пролета. При незначительной регулярной перфорации стенка продолжает воспринимать поперечную силу, однако при увеличении площади перфорации до 70 – 80% в высоких промышленных балках стенка перестает работать на сдвиг и начинает работать на изгиб своими вертикальными стержнями-переборками. Это приводит к работе балки целиком как раме с двумя ригелями. Причем поперечная жесткость и работа на сдвиг такой балки обеспечивается рамными узлами соединения вертикальных переборок с поясами. Такая балка становится близка к безраскосной ферме Веренделя. Такие фермы высотой в этаж применялись в середине XX в. в высотных зданиях и обеспечивали большую гибкость пространства (рис. 7).

С кинематической точки зрения каждая панель такой фермы представляет собой прямоугольник из 4-х стержней, которые при шарнирном сопряжении представляли бы собой геометрически изменяемый механизм. Однако узлы рамные. Жесткость каждой панели на сдвиг обеспечивается только рамными узлами и изгибной жесткостью поясов и стоек. Такая ферма очень не экономична, т. к. в рамных узлах момент воспринимается плечом пары сил за счет треугольника рамного узла. Но это плечо пары относительно размеров панели фермы мало, чтобы узлы были компактны, а потому затраты металла велики, а жесткость на прочность и колебания не высоки. Единственным путем увеличения поперечной жесткости является увеличение жесткости узлов за счет их развития как основания треугольника для увеличения плеча восприятия изгибающего момента: $M = \Phi \cdot H$, где: Φ — сила, H — плечо, на котором она возникает чтобы воспринять приложенный момент в узле. Далее, реализуя дискретный метод, мы отказываемся от материала в середине треугольника и при раздвижении узла

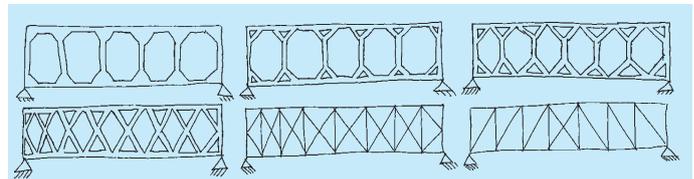


Рис. 7. Развитие от фермы Веренделя до фермы крестовой решеткой

приходим к Y-образным стойкам, которые, тем не менее, ограниченно эффективны, так как все равно приводят к изгибу стержней, и опасное сечение перемещается на стойки и пояса. При дальнейшем развитии такая ферма Веренделя с Y-образными стойками вырождается в ферму Гау с крестовой решеткой (рис. 7).

ШАРНИРНАЯ ФЕРМА

При увеличении размеров рамного узла такой фермы он эволюционирует в узел с треугольным подкосом, что не снимает проблемы сдвига за счет изгиба поясов и стоек. Поэтому следующим шагом эволюции станет подкос, который настолько отодвинут от рамного узла, что соединяет противоположные узлы нижнего и верхнего поясов. Таким образом, плечо пары сил становится очень большим, а вся система становится геометрически неизменяемым множеством треугольников. При приложении сил строго в узлах в такой системе исчезает фактор, вызывающий изгибающие моменты, так как все треугольники и их стержни центрированы в узлах, поэтому в стержнях действуют только продольные растягивающие или сжимающие усилия. При соблюдении указанных условий образуется шарнирная стержневая раскосная ферма.

Таким образом, прорыв в облегчении конструкции произошел с отказом от континуальной конструкции (балки) и переходом к дискретной конструкции (ферме).

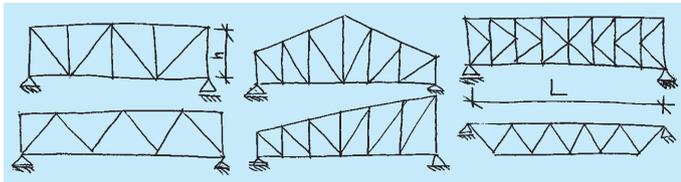


Рис. 8. Различные схемы ферм

В такой конструкции принципиальным отличием и преимуществом является раздельная работа верхнего и нижнего поясов на момент (восприятие нормальных напряжений) и стержневой решетки на поперечную силу (восприятие касательных напряжений) за счет отдельных стержневых элементов, которые не подвержены стесненным деформациям (эффект Пуассона) и могут быть ориентированы оптимально по отношению к потоку главных напряжений. В классической ферме с параллельными поясами и раскосами под постоянным углом элементы поясов загружены не одинаково по длине, что приводит к недоиспользованию материала. Решением является переменное сечение поясов, что трудоемко в изготовлении.

Существуют различные типы решеток ферм, однако наиболее рациональной является решетка с нисходящими раскосами, т. к. при этом они растянуты. Применение в конструкциях как можно больше растянутых стержней является критерием их рациональности, т. к. расчет сжатого элемента ведут на устойчивость к центральному сжатию или сжатию с изгибом, а растянутого — только на прочность на растяжение или растяжение с изгибом.

В стальных фермах при расцентровке их узлов необходимо учитывать эксцентриситеты, поэтому изгибом стержней в фермах можно пренебречь далеко не всегда. Расчет на устойчивость при центральном сжатии ведут с учетом гибкости стержней λ , равной $\lambda = L/i_x$, где: L — свободная длина элемента, i_x — минимальный радиус инерции. Кроме этого, гибкость влияет на долю снижения несущей способности стержней вследствие потери устойчивости по сравнению с потерей прочности. Для примера: при разумной гибкости (на которую счита-

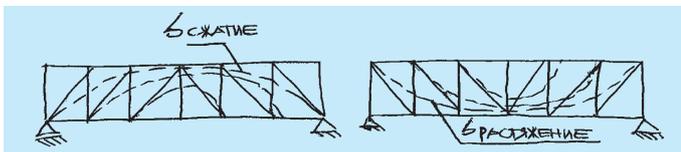


Рис. 9. Совпадение ориентации поясов с линиями главных напряжений

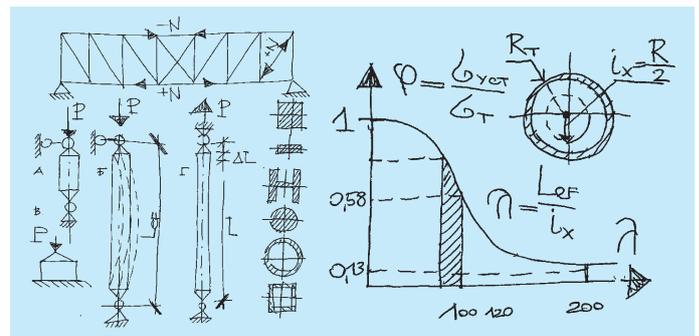


Рис. 10. Проблема устойчивости в стержнях ферм

ют колонны) $\lambda = 100$ коэффициент линейного изгиба равен: $\lambda = 0,58$. Это означает, что несущая способность снижается только на 42%, однако при предельной для металлоконструкций гибкости $\lambda = 220$ коэффициент $\phi = 0,13$, что приводит к снижению несущей способности в 7 раз (рис. 10). Эти несложные данные показывают, что замена сжатых элементов в конструкции на растянутые приводит к экономии металла почти в два раза. Опираясь на эти соображения, нужно стремиться ориентировать элементы в конструкции так, чтобы они испытывали растяжение, но не сжатие или изгиб.

ТРЕУГОЛЬНАЯ ФЕРМА

Выполнение фермы с треугольной конфигурацией хотя и ближе к эпюре изгибающих моментов, но при рациональном подборе поясов по центру пролета в 0,25 пролета высота сильно меньше эпюры моментов, что приводит к необходимости увеличения сечения поясов именно в зоне опор, причем в центре благодаря большей высоте и достаточно меньшего сечения (рис. 11). Решение за счет опускания нижнего пояса не всегда доступно при ограниченной строительной высоте конструкции. Это показывает необходимость иной конфигурации фермы. Такой конфигурацией, безусловно, является ферма с полигональным нижним поясом.

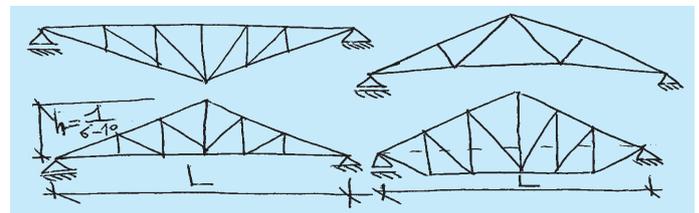


Рис. 11. Треугольные фермы

ПОЛИГОНАЛЬНАЯ ФЕРМА

В полигональной ферме (рис. 12) нижний пояс повторяет функцию эпюры изгибающих моментов. Так как балочный изгибающий момент распределяется по параболе $M = qL^2/8$, а в ферме момент воспринимается парой сил $M = Hf(x)Nn$, где Hf — переменная высота полигональной фермы, Nn — усилие в поясах, то мы можем найти такую функцию изменения высоты фермы Hf , при которой усилия в поясах Nn будут постоянны. Для этого конфигурация нижнего пояса должна соответствовать квадратной параболе $Hf(x) = F(x^2)$.

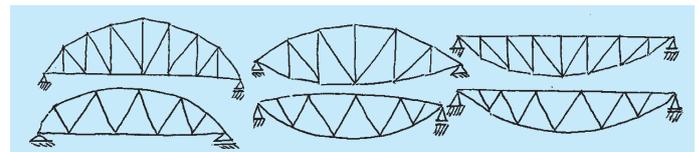


Рис. 12. Полигональные фермы

Таким образом, усилия в поясах практически постоянны, что дает полное использование материала поясов такой фермы. ●

Продолжение в следующем номере

А. А. СМЕРНОВ, к. т. н., СПб ГАСУ